Thème 3 : **Autour des nombres entiers**

Jeu 1 Est-il possible d'obtenir 91 au "compte est bon" à partir des chiffres 1,1,1,5,6 ? *[On rappelle qu'au "compte est bon," on doit obtenir le nombre proposé en se servant au besoin de l'addition, la soustraction, la multiplication et la division et en n'utilisant qu'au plus une fois les 5 nombres donnés.]*

Jeu 2 Un laborantin a devant lui un recipient (non gradué) de 10 l plein d'un liquide donné très précieux. Son chef lui demande de lui fournir rapidement exactement 1 l de cette solution. Le seul autre matériel qu'il a à sa disposition à ce moment-là sont deux récipients vides non gradués d'une contenance de 3 l pour l'un et de 5 l pour l'autre.
Comment va-t-il s'y prendre ?

Jeu 3 On écrit les nombres entiers à la suite comme ceci :

$$1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,10\,11\,12\,13\,14\,15\,16\,17\,18\,19\,20\,21\,22\cdots$$

Quel est le 2009ème chiffre inscrit dans cette liste ?

Jeu 4 (Examen 2008) Retrouvez les chiffres masqués par les astérisques :

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & * & * & 5 \\
\times & & & 1 & * & 7 \\
\hline
 & & 2 & * & * & 5 \\
 & 1 & 3 & 0 & 0 & \\
+ & * & * & * & & \\
\hline
 & 4 & * & 7 & 7 & *
\end{array}$$

Jeu 5 Un commandant passe en revue ses hommes. Il remarque qu'il peut les disposer en 3 rangées de taille égale. Arrive alors un retardataire. Il remarque qu'il peut alors les faire tenir en 5 rangées de même nombre. Arrive encore un retardataire. Nullement decontenancé, le commandant les range tous alors en 7 rangées égales.
Combien d'hommes le commandant a-t-il sous ses ordres sachant qu'il y en a moins de 100 ?

Jeu 6 Un nombre est dit PEL (produit égal longueur) si le nombre de chiffres le composant est exactement égal au produit de tous ses chiffres.
1. Donner tous les PEL a 3 chiffres.
2. Donner quelques PEL de 12 chiffres. Quel est le plus petit PEL de 12 chiffres ?
3. Quel est le plus petit PEL de 126 chiffres ?
4. Existe-t-il des PEL de 846 chiffres ?

Jeu 7 Deux mathématiciens, Albert et Bernard, se rencontrent. Albert apprend à Bernard qu'il a 3 enfants et que la somme de leurs 3 âges est égale à 14. Bernard répond que cela n'est pas suffisant pour qu'il détermine l'âge de chacun. Albert ajoute que le produit des âges est égal au numéro de son bureau. Bernard va regarder le numéro inscrit sur la porte d'Albert et réplique qu'il ne peut toujours pas trouver les âges de chacun. Albert dit alors en parlant de ses enfants : "celui qui est le plus jeune a les yeux marrons et l'aîné fait de la natation." Bernard dit qu'il peut maintenant déterminer les 3 âges.
Quels sont les 3 âges des enfants ?

Jeu 8 Une souris trouve un gros cube de fromage subdivisé en $3 \times 3 \times 3 = 27$ petits cubes de même taille. Elle décide de manger chacun des petits cubes l'un après l'autre. Chaque fois qu'elle a terminé de manger un petit cube, elle s'attaque obligatoirement à un autre petit cube ayant une face commune avec celui qu'elle vient de dévorer. En procédant ainsi, elle se rend compte qu'il est impossible de terminer sa promenade gourmande par le petit cube central.
Pourquoi ?