

Devoir surveillé n° 2 d'analyse 4

Année universitaire 2008-2009

 2° année / STPI

Date : lundi 12 janvier 2008 Durée: 1h30 (08h30-10h00)

Nombre de pages : 4

Aucun document n'est autorisé - Les calculatrices sont interdites-Répondre dans les cadres en justifiant les réponses.

Coller l'étiquette dans ce cadre		
	NOM:	Prénom :
	GROUPE:	
	GROOTE.	
Exercice 1 Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par $f(x,y)=x$	$x(4x^2 - y^2).$	
1) Trouver les points stationnaires de la fonction		
2) Etudier le signe de la fonction f sur la prem	nière bissectrice $y = x$ et en e	déduire si f admet un extremum
local ou pas en justifiant votre réponse.		

Exercice 2

Pour résoudre une EDP de la forme

$$a \; \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + b \; \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + c \; \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

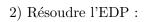
avec $(a,b) \in \mathbb{R}^2$, $c \in \mathbb{R}^*$, et f de classe C^2 , on utilise le changement de variables $\begin{cases} u = x + \alpha \ y \\ v = x + \beta \ y \end{cases}$ où les réels α et β sont définis de la manière suivante : soit l'équation

$$cX^2 + bX + a = 0. (1)$$

 1^{er} cas : si $b^2 - 4ac > 0$, α et β sont les deux racines de l'équation (1).

 2^{e} cas : si $b^{2} - 4ac = 0$, α est la racine double de l'équation (1) et β est choisi arbitrairement différent de α . On pose f(x,y) = F(u,v).

1)	Exprimer	les	dérivées	nartielles	secondes	de	f en	fonction	de	celles	de	F
1	Exprimer	162	derivees	partienes	secondes	ue	/ 611	1011011011	ue	centes	ue .	ı,



$$2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$$

) Même question pour l'EDP :	$9 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 6 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0.$
	$\frac{\partial}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial y^2} \frac{\partial}$
xercice 3 oit \mathcal{D} le domaine de \mathbb{R}^2 délimité par	
Montrer que le domaine \mathcal{D} peut $0 \le \theta \le 2\pi$, a et b étant deux nor	être décrit en posant $x=a \ r\cos\theta$ et $y=b \ r\sin\theta$ où $0 \le r \le 1$ mbres réels à déterminer.

2) En déduire la valeur de l'intégrale $I = \iint_{\mathcal{D}} \frac{dxdy}{1 + x^2 + 4y^2}$.				
Exercice 4 Etudior la nature de la sé		and quironta		
	rie de terme général u_n dans les u_n	cas survants:		
a) $u_n = 2^{-\sqrt{n}}, \ n \ge 0.$	rie de terme general u_n dans les α	cas survants .		
	rie de terme general u_n dans les α	cas survants .		
	The de terme general u_n dans less 0	cas survants .		
	The de terme general u_n dans les	cas survants .		
	The de terme general u_n dans less α	cas survants .		
	The de terme general u_n dans less α	cas survants .		
a) $u_n = 2^{-\sqrt{n}}, \ n \ge 0.$	The de terme general u_n dans less α	cas survants .		
a) $u_n = 2^{-\sqrt{n}}, \ n \ge 0.$	rie de terme general u_n dans les d	cas survants .		
a) $u_n = 2^{-\sqrt{n}}, \ n \ge 0.$	The de terme general u_n dans less α	cas survants .		