NOM + code barre

Année universitaire 2013-2014
1ère année STPI

DEVOIR SURVEILLÉ 2 — ANALYSE 2
Vendredi 6 juin 2014 — durée : 1h30

Tous documents et matériel électronique (calculatrices, portables, etc.) interdits
Le sujet comporte **4 exercices indépendants** *et* **un sujet de TP** *sur la dernière page.*

Exercice 1. Un cycliste s'entraîne chaque dimanche en faisant l'aller-retour d'Issy à Labat. Le trajet Issy-Labat n'est pas horizontal : il y a des montées, des descentes et du plat. En montée, notre cycliste fait du quinze kilomètres par heure, en plat du vingt, en descente du trente. L'aller lui prend deux heures et le retour trois. On appelle x_1 la distance en plat, x_2 la distance en montée et x_3 la distance en descente *lors du trajet aller.*

Système d'équations associé au problème

Matrice augmentée associée au système

Forme échelon réduite de la matrice augmentée

Système réduit

Ensemble des solutions dans $\mathbb{R}^3$ du système de départ

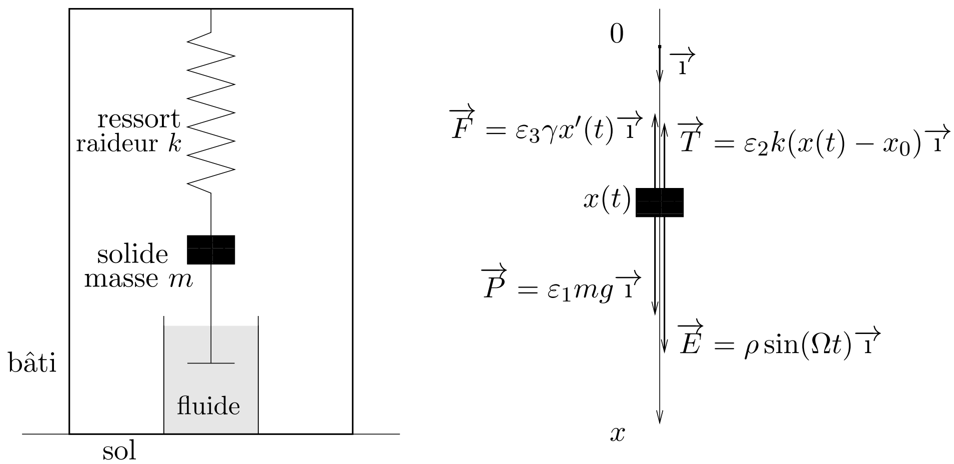
Quelle est la distance d'Issy à Labat ?

Exercice 2. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

La matrice A est-elle inversible ?

Faire la décomposition $A = LU$. $L = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$ et $U = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

Exercice 3. *[Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.]* La figure ci-dessous représente un modèle simplifié de sismographe qui est constitué d'un solide de masse m suspendu à l'extrémité d'un ressort de raideur k (et de masse négligeable) fixé à un bâti rigide solidaire du sol en vibration. Ce solide est lié à un amortisseur exerçant sur celui-ci une force de frottement fluide proportionnelle et opposée à la vitesse (on notera $\gamma > 0$ la constante de proportionnalité). On suppose que le sol a un mouvement oscillant vertical d'amplitude $\rho \sin(\Omega t)$ qui entraîne un mouvement vertical du solide qui est mesuré. On note $x(t)$ l'altitude du solide en fonction du temps sur un axe $(0x)$ orienté *vers le bas* et dirigé par le vecteur unitaire $\overrightarrow{\imath}$. L'origine correspond à l'état d'équilibre du système avec masse en l'absence de vibrations. L'abscisse x_0 correspond à l'élongation du ressort au repos sans masse m suspendue. La constante de gravitation est $g > 0$ et, sur le dessin, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ représentent des constantes égales à ± 1 à déterminer.



3.1. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, écrire l'équation du mouvement sous la forme $x''(t) + bx'(t) + c(x(t) - x_0) = d + e \sin(\Omega t)$. On demande seulement de remplacer les constantes b, c, d, e par leurs valeurs.

En écrivant l'équation pour le système à l'équilibre sans mouvement du sol ($\rho = 0$), montrer que l'équation se simplifie en $x''(t) + bx'(t) + cx(t) = e \sin(\Omega t)$.

Quel est l'intérêt de la présence de l'amortisseur fluide ?

3.2. On suppose dans cette question que que $\underline{b = 2,\ c = 2,\ e = 1 \text{ et } \Omega = 2}$ et donc l'équation précédente devient $x''(t) + 2x'(t) + 2x(t) = \sin(2t)$.

Préciser la nature de cette équation.

Solution $x_h(t)$ de l'équation homogène :

Une solution particulière $x_p(t)$ de l'équation :

Solution générale $x_g(t)$ de l'équation :

3.3. Que se passe-t-il sans amortisseur ($b = 0$) si $\Omega = \sqrt{2}$ (et on prend toujours $c = 2, e = 1$) ? (Répondre qualitativement sans calculs.)

Exercice 4. Décrire succintement une méthode pour calculer $\sqrt{7}$ par approximations successives et l'utiliser pour calculer, à la main, la valeur de $\sqrt{7}$ à 2 chiffres après la virgule.

Examen de TP Attention : cette partie est notée à part donc à traiter obligatoirement

5.1. Écrire dans les cases ci-dessous le résultat des commandes Matlab successives suivantes.

```
>> a=0:3

>> a(1:3)

>> b=11:-3:1

>> a∧b

>> a.∧b

>> a*b'
```

5.2. On définit la fonction Matlab suivante

```
function[d]=test(x)
   d=x.*log(x)
```

Dessiner l'allure du dessin affiché par Matlab lorsqu'on tape

```
>> x=0:0.01:2; plot(x,test(x)), axis([0,2,-1,3])
```

5.3. Expliquer brièvement ce que fait la fonction Matlab suivante :

```
function[d]=resultat(x)
   p=1e-8; z=x;
      while abs(z∧3+z-1)>p z=z-(z∧3+z-1)/(3*z∧2+1); end
d=z
```