Université de Tours “François Rabelais”
Faculté de Sciences et Techniques
DEUG Sciences de la Matière 2ème Niveau 2002003
Calcul Numérique

TD6 : Première entrée d'un dictionnaire de modélisation

Si l'on regarde les équations

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = 2\mathbf{v}\times\Omega + \mathbf{g}$$

et

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = \mathbf{v}\times\frac{q}{m}\mathbf{B} + \frac{q}{m}\mathbf{E}$$

on ne peut que remarquer comment elles sont similaires. Le dictionnaire est constitué des correspondances

$$\begin{array}{lcl} 2\Omega & \leftrightarrow & (q/m)\mathbf{B} \\ \mathbf{g} & \leftrightarrow & (q/m)\mathbf{E} \end{array}$$

Si l'on appelle, alors $2\Omega \leftrightarrow (q/m)\mathbf{B} = \mathbf{C}$ et $\mathbf{g} \leftrightarrow (q/m)\mathbf{E} = \mathbf{D}$, on trouve une équation

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = \mathbf{v}\times\mathbf{C} + \mathbf{D}$$

qui décrit tous les deux cas, selon l'interprétation des vecteurs $\mathbf{C}$ et $\mathbf{D}$. Le premier terme décrit une accélération *perpendiculaire* à la vitesse de la particule et le deuxième une accélération *parallèle* à la vitesse. On veut tracer la trajectoire de la particule et comprendre les différents cas qui peuvent se présenter. Pour trouver cette dernière on a besoin de l'équation

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{v}$$

Pour appliquer une méthode d'intégration numérique de ces équations on va transformer le produit vectoriel en produit matriciel

$$\mathbf{v}\times\mathbf{C} = \mathsf{F}\mathbf{v} = \mathbf{w}$$

En trois dimensions on trouve facilement que

$$\mathsf{F} = \begin{pmatrix} 0 & C_z & -C_y \\ -C_z & 0 & C_x \\ C_y & -C_x & 0 \end{pmatrix}$$

On peut ainsi appliquer la méthode d'Euler de la manière suivante :

$$\begin{array}{l} \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h\mathbf{v}_n \\ \mathbf{w}_n = \mathsf{F}\mathbf{v}_n \\ \mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + h\left(\mathbf{w}_n + \mathbf{D}_n\right) \end{array}$$

Il y a trois cas intéressants : (a) les vecteurs $\mathbf{C}$ et $\mathbf{D}$ sont parallèles ; (b) les vecteurs $\mathbf{C}$ et $\mathbf{D}$
perpendiculaires ; (c) les vecteurs ont un angle quelconque. Ecrire un programme Fortra
calcule la trajectoire d'un point matériel, $(x(t), y(t), z(t))$ et discuter similarités et différe
entre les deux cas